

یک الگوریتم جدید مبتنی بر آتاماتای یادگیر توزیع شده توسعه یافته

برای یادگیری پارامتری شبکه های بیزی

محمد رضا ملاخلیلی میبدی^۱، محمد رضا میبدی^۲

چکیده

در این مقاله یک آتاماتای توزیع شده جدید به نام آتاماتای یادگیر توزیع شده توسعه یافته برای یادگیری توزیع توام مجموعه ای از متغیرهای تصادفی معرفی خواهد شد. این شبکه از آتاماتاها، در محیط هایی که پاسخ محیط به مجموعه ای از اقدامات انجام شده توسط آتاماتا، مستقل از یکدیگر نبوده و نوعی وابستگی شرطی میان این پاسخ ها حاکم باشد، کاربرد دارد. نشان داده ایم که این آتاماتای جدید قادر است تخمینی از توزیع شرطی اقدام ها را فرا بگیرد. در ادامه چارچوبی مبتنی بر آتاماتای یادگیر توزیع شده جدید پیشنهادی، برای حل مساله یادگیری برخط پارامترهای شبکه ارائه شده است. این چارچوب با داده ها و شواهد جدید منطبق شده و عملیات به روزرسانی پارامترها را انجام می دهد. با بررسی های ریاضی و آزمایش های عملی روی شبکه های نمونه، نشان داده ایم که این مدل جدید قادر است با تخمینی با دقت برابر با تخمین بیزی، یادگیری پارامترهای یک شبکه بیزی را انجام دهد. علاوه بر ویژگی افتراقی بودن و یادگیری برخط، این ساختار جدید با شرایطی که داده ها ناکامل باشند نیز سازگار است و به دلیل استفاده از روابط یادگیری خطی و مبتنی بر آتاماتای یادگیر، سربار محاسباتی کمی نیز دارد.

کلمات کلیدی

آتاماتای یادگیر توزیع شده، تخمین درست نمایی بیشینه، یادگیری پارامتری شبکه بیزی

A new extended DLA based algorithm for parameter learning in Bayesian Networks

MohammadReza Mollakhalili Meybodi, MohammadReza Meybodi

Abstract

In this article, a new DLA called as the extended distributed learning automata for learning joint distribution of set of random variables is going to be introduced. This network of automata will be used in the random environments which their response are not separated from each other to a series of taken steps by automata and also a kind of conditional independences exists between these responses there. We showed that this automata is able to learn an estimation of conditional distribution of steps. In the following, a framework, based on new DLA, is offered for solving the problem of online learning of a Bayesian network parameters in a state that network structure is completely clear. This framework is in accordance with data and evidences and performs the updating process of parameters. By the mathematical surveys and practical tests on the sample networks, we showed that this new model is enabling to perform the parametrical learning of a Bayesian network with estimation accuracy equal to Bayesian estimation. In addition to the online learning characteristic, this structure is in accordance with the conditions in which the data are in complete and due to the use of linear learning relations and based on the learning automata, has a little computational overhead. Discriminative characteristic of this method is one of its characteristics.

Keywords

Distributed Learning Automat, Maximum Likelihood Estimation, Bayesian parameter learning.

^۱ دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران، تهران، m.meybodi@srbiau.ac.ir

^۲ دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، mmeybodi@aut.ac.ir

۲-۱- شبکه های بیزی:

شبکه های بیزی ابزاری کارآمد برای نمایش و استدلال تحت شرایط عدم قطعیت هستند. یک شبکه بیزی نمایش فشرده ای از توزیع احتمال توام بر روی مجموعه ای از متغیرهای تصادفی است. این مدل شامل یک گراف است که به صورت کیفی، روابط استقلال میان متغیرها را در خود ذخیره می کند. علاوه بر این، شامل پارامترهایی است که به صورت کمی، به همراه ساختار ارائه شده توسط گراف، یک توزیع منحصر به فرد ایجاد می نمایند. (2)

تعریف: یک شبکه بیزی $B = (G, \Theta)$ نمایانگر یک توزیع احتمال توام بر روی مجموعه متغیرهای تصادفی $X = \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_n\}$ است و شامل دو جزء می شود. جزء اول گراف جهت دار بدون دور G است که گره های آن متناظر با متغیرهای تصادفی است و ساختار آن روابط استقلال مارکوف را در خود ذخیره می کند. بخش دوم آن مجموعه ای از پارامترهای Θ است که توزیع احتمال شرطی $P(X_i | pa(X_i))$ را برای هر متغیر تصادفی X_i به شرط داشتن والد های آن $pa(X_i)$ تعیین می نماید.

یادگیری پارامترها با داده های کامل: یک مدل مولد، مانند شبکه های بیزی، مدلی است که به کمک ساختارها و پارامترهای درونی خود بتواند نحوه تولید داده های مشاهده شده را مشخص کند. بدین علت، هنگام یادگیری شبکه بیزی از روی داده، به دنبال آن هستیم که شبکه بیزی بتواند توزیع احتمال واقعی P^* را که داده ها به وسیله آن تولید شده اند، را فرا بگیرد.

در عمل ما با یک مشکل اساسی تر نیز مواجه هستیم. به جای در اختیار داشتن P^* و یا مشابه آن تعداد نامحدودی نمونه تولید شده از آن، تعداد محدودی از داده های آموزشی

$$D = \{d_1, d_2, \dots, d_m\}$$

که به صورت مستقل از هم از توزیع P^* تولید شده اند را در اختیار داریم. با در اختیار داشتن اطلاعات محدودی که از طریق D به ما رسیده است، می خواهیم به شکلی مدل $B = (G, \Theta)$ را به نحوی که بهترین تقریب برای P^* باشد بیاموزیم.

روش تخمین درست نمایی بیشینه:

روش تخمین درست نمایی بیشینه در بسیاری از زمینه های یادگیری استفاده می شود. در بطن آن این ایده وجود دارد که مدل مناسب مدلی است که براننده مناسبی برای داده های D باشد. بنابراین لازم است احتمال اینکه یک مدل، مولد داده های مشاهده شده باشد را محاسبه کنیم

تعریف: برای هر نمونه $d \in D$ احتمال $P(d|M)$ درست نمایی M با فرض d نامیده می شود. با فرض اینکه نمونه های موجود در D مستقل هستند، درست نمایی M با فرض D برابر است با

$$L(M|D) = \prod_{d \in D} P(d|M) \quad (1)$$

مساله یادگیری شبکه بیزی از روی داده ها، یکی از مسائل مورد توجه در حوزه های مرتبط با شبکه های بیزی است که توجه زیادی را به خود معطوف کرده است. ساخت شبکه های بیزی بزرگ مرتبط با یک زمینه خاص به شکل دستی توسط یک متخصص در زمینه مورد نظر، فرآیندی زمان بر و پیچیده است. علاوه بر اینکه مدل ساخته شده توسط یک متخصص، الزاما مناسب ترین مدل برای آن حوزه مشخص نیست. ضمنا به علت پویایی جهان واقعی، استفاده از مدل های ایستا نیز چندان مورد پسند نیست. مدل هایی که به صورت پویا با شرایط متغیر موجود خود را وفق دهند در کانون توجه است. (۱)

بیشتر کارهایی که در زمینه یادگیری شبکه بیزی صورت گرفته به بررسی یادگیری دسته ای پرداخته اند. در این نوع یادگیری، تعدادی نمونه وجود دارد و هدف ساخت یک شبکه بیزی است که به بهترین نحو، داده ها را مدل کند. اما در سمت دیگر، یادگیری برخط قرار دارد. در این نوع یادگیری، هدف تطبیق دادن مدل فعلی (و احتمالا ناقص) موجود با مجموعه ای از داده های نمونه است. این نوع یادگیری برای مواردی که به دلیل دقت پایین مدل اولیه و یا بروز تغییرات در محیط و پیدایش شواهد و نمونه های جدید، بهبود بخشیدن به مدل فعلی مورد نیاز است کاربرد دارد.

در ساخت شبکه های بیزی غالبا با دو مساله روبرو هستیم. یادگیری ساختار شبکه بیزی (ساخت گراف) و یادگیری پارامترهای شبکه بیزی (جدول احتمال شرطی) متناظر با گره های گراف. یادگیری پارامترهای یک شبکه بیزی به دلیل سختی انتصاب مقادیر عددی تخمینی مناسب به پارامترها با توسل به مفهوم بیزی احتمال کاری پیچیده است. علاوه بر اینکه یادگیری پارامتری، بخشی از الگوریتم هایی را تشکیل می دهد که به مساله یادگیری ساختاری شبکه بیزی می پردازند (2)

در این مقاله، مساله یادگیری ساختاری مورد بررسی نیست. به بیان فرمال، فرض می کنیم یک شبکه بیزی با ساختار معین S که مقادیر پارامترهای آن توسط بردار θ به شکل عددی داده شده، موجود است. هدف استفاده از مجموعه داده D برای ساخت یک شبکه بیزی با همان ساختار S و بردار پارامترهای θ^{new} است.

ادامه این مقاله به این ترتیب سازماندهی شده است در بخش دوم ضمن بررسی مختصر شبکه های بیزی، برخی از مبانی ریاضی مورد استفاده در سایر بخش های مقاله را بررسی خواهیم کرد. ضمن اینکه برخی از کارهای مشابهی که در این زمینه صورت گرفته است را بررسی کرده و وجوه تمایز آنها را روشن خواهیم کرد. در بخش سوم، چارچوب جدید پیشنهادی را معرفی کرده و به بررسی تئوریک آن خواهیم پرداخت. بخش چهارم به بررسی عملی چارچوب پیشنهادی اختصاص یافته است

برای سادگی و سهولت در محاسبات، از فرم لگاریتمی رابطه ۱ استفاده شده و آن را $\log - \text{likelihood}$ می نامند

$$LL(M|D) = \prod_{d \in D} \log_2 P(d|M) \quad (2)$$

اگر قادر به انتخاب چندین مدل مختلف برای توصیف داده ها باشیم، در این صورت قانون درست نمایی بیشینه توصیه می کند مدلی را انتخاب کنیم که $LL(M|D)$ را روی مجموعه داده D بیشینه کند. به عبارت دیگر اگر قصد تخمین توزیع های شرطی را داریم در این صورت مدل های ممکن M_θ روی ساختار اتفاق نظر دارند اما روی پارامترها متفاوت هستند. در این صورت بایستی یک تخمین گر پارامتر θ را به گونه ای انتخاب کنیم که درست نمایی را بیشینه کند. یعنی

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} L(M_\theta|D) = \arg \max_{\theta} LL(M_\theta|D) \quad (3)$$

در ادامه از نماد $\hat{\theta}$ برای نمایش تخمین بیشینه درست نمایی برای پارامتر θ استفاده می کنیم.

اگر فرض کنیم D شامل n نمونه و هر نمونه $d_i \in D$ یک نمونه کامل و برابر با $(X_{i,1}, \dots, X_{i,u})$ باشد در این صورت

$$LL(M|D) = \sum_{i=1}^n P(d_i) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^u P(x_{i,j} | pa(x_{i,j})) \quad (4)$$

با توجه به شناخته شده بودن ساختار، مساله بالا به تخمین P_{ijk} کاهش می یابد؛ احتمال مربوط به متغیر i در k امین حالتش به شرط داشتن والد j . در این صورت تخمین مربوط به P_{ijk} برابر است با

$$\hat{P}_{ijk} = \frac{n_{ijk}}{n_{ij}} \quad (5)$$

در رابطه n_{ijk} عبارت است از تعداد نمونه های آموزشی که در آن k امین حالت X_i با j امین حالت والد هایش رخ میدهد و n_{ij} مجموع n_{ijk} ها به ازای تمام مقادیر k است. به این ترتیب در شبکه های بیزی برای بیشینه تخمین درست نمایی کافی است مقادیر را از طریق شمارش محاسبه کنیم. (1) (2)

روش تخمین بیزی :

در این روش از یک توزیع پیشین استفاده کرده و با استفاده از نمونه ها و تجربیات مکرر، توزیع احتمال را به روزرسانی می کنیم. این رهیافت را می توان به کمک یک شبکه بیزی نشان داد که در آن هر پارامتر برای تخمین از طریق یک گره نشان داده می شود. مطابق با روش بیزی، اگر H یک گزاره یا فرضیه باشد و E گزاره ای که نشانگر یک نمونه است. رابطه بیز به صورت رابطه ۶ خواهد بود:

$$P(H|E) = \frac{P(E|H)}{P(E)} * P(H) \quad (6)$$

در رابطه ۶ $P(H|E)$ درجه باور پسین (posterior) یا درجه باور به H پس از مشاهده E است. $\frac{P(E|H)}{P(E)}$ را درست نمایی می نامند. درست نمایی اثر E در میزان باور به H را نمایش می دهد. $P(H)$ درجه باور به H قبل از مشاهده E است.

استفاده مکرر از این رابطه با استفاده از شواهد E باعث می شود که میزان $P(H)$ به روزرسانی گردد.

حال فرض کنید θ مجموعه ای از متغیرها باشد که بایستی مورد استنتاج قرار گیرند و $E = \{e_1, \dots, e_n\}$ یک مجموعه i.i.d از مشاهدات باشد. فرض می کنیم توزیع e_i به صورت $P(e|\theta)$ باشد.

توزیع اولیه θ مقدار $P(\theta|\alpha)$ باشد که α برداری از ابرپارامترها است.

$$P(\theta|E, \alpha) = \frac{P(E|\theta, \alpha)}{P(E|\alpha)} P(\theta|\alpha) = \frac{P(E|\theta, \alpha)}{\int_{\theta} P(E|\theta, \alpha) P(\theta|\alpha) d\theta} \quad (7)$$

در رابطه ۷ $P(E|\theta, \alpha) = \prod_k P(e_k|\theta)$ است.

یادگیری پارامتری شبکه بیزی به کمک داده های ناقص:

تخمین پارامترهای یک شبکه بیزی در مواردی که با داده های ناقص روبرو هستیم، پیچیده تر است. الگوریتمی که غالباً برای این مورد مورد استفاده قرار می گیرد، الگوریتم EM است. (2)

فرض کنید ساختار B روی مجموعه متغیرهای $U = \{X_1, \dots, X_n\}$ مفروض باشد. ضمناً θ_{ijk} نشان دهنده پارامترهای متناظر با احتمال شرطی $\{P(X_i = k | Pa(X_i) = j)\}$ باشد (احتمال شرطی برای متغیر X_i که در K امین حالت خود قرار دارد با شرط مفروض بودن j امین پیکربندی برای گره های والد X_i) با استفاده از این نمادگذاری می توانیم تخمین $\hat{\theta}_{ijk}$ مبتنی بر درست نمایی بیشینه را برای پارامتر θ_{ijk} بر اساس داده $D = \{d_1, \dots, d_m\}$ متشکل از m نمونه و با استفاده از الگوریتم زیر محاسبه کنیم (1)

Algorithm EM

- Choose an $\epsilon > 0$ (stopping criterion)
- Let
 - $\theta^0 = \{\theta_{ijk}^0\} \quad 1 \leq i \leq n, 1 \leq k$
 - $\leq |sp(xi)| - 1, 1 \leq j$
 - $\leq |sp(pa(xi))|$ initial estimate
- Set $t=0$
- Repeat
 - **E-Step:** for each $1 \leq i \leq n$ calculate the table of expected counts

$$E_{\theta^t} [N(X_i, Pa(X_i)) | D] = \sum_{d \in D} P(X_i, Pa(X_i) | d, \theta^t)$$

- **M-Step:** use the expected counts as if they were actual counts to calculate a new maximum likelihood estimator for all θ_{ijk}

$$\hat{\theta}_{ijk} = \frac{E_{\theta^t} [N(X_i, Pa(X_i)=j) | D]}{\sum_{h=1}^{|sp(X_i)|} E_{\theta^t} [N(X_i=h, Pa(X_i)=j) | D]}$$

- Set $\theta^{t+1} = \hat{\theta}$

- **Until** $|\log_2 P(D | \theta^{t+1}) - \log_2 P(D | \theta^t)| \leq \epsilon$

ایده کلی این الگوریتم، مقداردهی اولیه به مقادیر نامعلوم (با مقادیر احتمالی یکسان) و به روزرسانی جدول احتمالات شرطی تا رسیدن به یک شرط خاص است.

۲-۲- آتاماتای یادگیر و آتاماتای یادگیر توزیع شده

آتاماتای یادگیر یک مدل انتزاعی است که به طور تصادفی یک عمل از مجموعه متناهی اعمال خود را انتخاب کرده و بر محیط اعمال می‌کند. محیط عمل انتخاب شده توسط آتاماتای یادگیر را ارزیابی کرده و نتیجه ارزیابی خود را توسط یک سیگنال تقویتی به آتاماتای یادگیر اطلاع می‌دهد. سپس آتاماتای یادگیر با اطلاع از عمل انتخاب شده و سیگنال تقویتی، وضعیت داخلی خود را بروز کرده و عمل بعدی خود را انتخاب می‌کند. آتاماتای یادگیر به دو دسته آتاماتای یادگیر با ساختار ثابت و آتاماتای یادگیر با ساختار متغیر تقسیم می‌گردند.

آتاماتای یادگیر با ساختار متغیر توسط چهارتایی $\{\alpha, \beta, p, T\}$ نشان داده می‌شود که در آن $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}$ مجموعه اعمال آتاماتای یادگیر، $\beta = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r\}$ مجموعه ورودیهای آتاماتای یادگیر، $p = \{p_1, p_2, \dots, p_r\}$ بردار احتمال انتخاب هر یک از عمل‌ها و $T: \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{T}$ ، $p(n+1) = T[\alpha(n), \beta(n), p(n)]$ الگوریتم یادگیری آتاماتای یادگیر می‌باشد. الگوریتم‌های یادگیری متنوعی برای آتاماتای یادگیر ارائه شده است که در ادامه یک الگوریتم یادگیری خطی برای آتاماتای یادگیر بیان می‌گردد. فرض کنید آتاماتای یادگیر در مرحله n اقدام α_i خود را انتخاب نموده و محیط ارزیابی خود را توسط سیگنال تقویتی $\beta(n)$ به آتاماتای یادگیر اعلام کند. با استفاده از الگوریتم یادگیری خطی، آتاماتای یادگیر بردار احتمال انتخاب اقدام‌های خود را مطابق رابطه ۸ تنظیم می‌کند.

$$p_i(n+1) = p_i(n) + a \cdot (1 - \beta(n)) \cdot (1 - p_i(n)) - b \cdot \beta(n) \cdot p_i(n) \quad (8)$$

$$p_j(n+1) = p_j(n) + a \cdot (1 - \beta(n)) \cdot p_j(n) + \frac{b \cdot \beta(n)}{r-1} - b \cdot \beta(n) \cdot p_j(n) \quad \text{if } j \neq i$$

که a پارامتر پاداش و b پارامتر جریمه می‌باشد. اگر a و b با هم برابر باشند، الگوریتم L_{R-P} اگر b از a خیلی کوچکتر باشد، الگوریتم L_{R-EP} و اگر b صفر باشد، الگوریتم L_{R-I} نام دارد.

آتاماتای یادگیر توزیع شده شبکه‌ای از چند آتاماتای یادگیر است که برای حل یک مساله مشخص با یکدیگر همکاری می‌کنند. (3) یک آتاماتای یادگیر توزیع شده را می‌توان با یک گراف جهت‌دار مدل کرد. به صورتی که مجموعه گره‌های آن را مجموعه‌ای از آتاماتاهای یادگیر و یال‌های خروجی هر گره مجموعه اعمال متناظر با آتاماتای یادگیر متناظر با آن گره است. هنگامی که آتاماتا یکی از اعمال خود را انتخاب می‌کند، آتاماتایی که در دیگر انتهای یال متناظر با آن عمل قرار دارد، فعال می‌شود. مدل مورد استفاده از آتاماتای یادگیر توزیع شده مورد استفاده در این مقاله در [۱۰] معرفی شده است.

۳-۲- مروری بر برخی کارهای انجام شده:

بحث یادگیری پارامترهای شبکه بی‌بیزی و الگوریتم‌های ارائه شده برای آن از تنوع بالایی برخوردار است. در میان کارهایی که در این خصوص صورت گرفته است کارهای (4) و (5) مشابهت بیشتری با مجموعه کار انجام شده در این مقاله دارد.

در (4) نویسنده مساله یادگیری پارامترهای یک شبکه بی‌بیزی با بروز شواهد جدید را مورد بررسی قرار داده است. به بیان فرمال، اگر فرض کنیم Z_i یک گره در شبکه بی‌بیزی باشد که مجموعه مقادیر والدین گره Z_i را نشان دهد که مقادیر $\{Z_i^1, Z_i^2, \dots, Z_i^{r_i}\}$ را اختیار می‌کند. علاوه بر این مجموعه Pa_i والدین گره Z_i را نشان دهد که مقادیر $\{Pa_i^1, Pa_i^2, \dots, Pa_i^{q_i}\}$ را اتخاذ می‌کند. در این صورت یک مدخل در جدول احتمالات شرطی یا CPT مربوط به Z_i با $\theta_{ijk} = P(Z_i = Z_i^K | Pa_i = Pa_i^j)$ نشان داده می‌شود. علاوه بر این فرض شده است یک شبکه با مجموعه پارامترهای فعلی $\bar{\theta}$ موجود بوده و یک مجموعه از داده‌های جدید (یا استفاده شده قبلی) $D = \{y_1, \dots, y_N\}$ موجود باشد نویسنده مقدار جدید پارامتر θ را در طی فرآیند به روزرسانی بر اساس داده‌های موجود، تابعی از مقدار درست‌نمایی داده‌ها بر اساس پارامتر جدید و فاصله میان دو مدل فرض کرده و رابطه کلی زیر را استخراج کرده است

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta} [F(\theta)] = \operatorname{argmax}_{\theta} [\phi L_D(\theta) - d(\theta, \bar{\theta})]$$
 نویسنده در ادامه معیارهایی برای فاصله بین دو مدل معرفی کرده است و این روش را که $EM(\varphi)$ نامیده است با روش EM معمول داده و نشان داده است که این روش توسعه‌ای بر روش EM است. در (4) نشان داده شده است که مقادیر مختلف φ منجر به سرعت‌های مختلف همگرایی می‌شود. پارامتر φ کنترل‌کننده میزان اتکا به گذشته است و هرچه مقدار آن به ۱ نزدیکتر باشد اثرپذیری مدل از داده‌های ورودی بیشتر خواهد شد. در عوض هر چه مقدار φ به صفر نزدیکتر باشد، پارامترها آهسته‌تر از پارامترهای قبلی فاصله می‌گیرند.

در (5) نویسنده آنالیز ارائه شده در (4) را ساده‌تر کرده و با فرض اینکه داده ناموجود نداشته باشیم، به روابط ساده‌تری برای به روزرسانی پارامترها بر اساس داده ورودی و مقادیر قبلی پارامترها رسیده است. این قانون به شیوه افزایش یا کاهش مقادیر پارامترها عمل می‌کند. روابطی که به دست آمده به صورت روابط ۹ است

$$\theta_{ijk}^T = \begin{cases} \varphi + (1 - \varphi)\theta_{ijk}^{T-1} & P(Pa_i^j | y_T) = 1, P(Z_i^K | y_T) = 1 \\ (1 - \varphi)\theta_{ijk}^{T-1} & P(Pa_i^j | y_T) = 1, P(Z_i^K | y_T) = 0 \\ \theta_{ijk}^{T-1} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

برای تعیین میزان افزایش یا کاهش یا همان φ ، از برخی خواص توزیع مقادیر پارامتر θ استفاده شده و همگرایی الگوریتم سرعت داده شده است.

در الگوریتم مدنظر است مقداری پویا در نظر بگیریم نیز تغییری در این روابط حاصل نمی شود و داریم:

$$E[p_1^{t+1}] = \prod_{k=1}^t (1 - a^k) E[p_1^0] + (1 - \prod_{k=1}^t (1 - a^k)) \cdot \theta$$

و مجدداً همین نتیجه قابل حصول است)

۳-۱- آتاماتای یادگیر توزیع شده توسعه یافته:

در بخش قبل آتاماتای یادگیر توزیع شده را معرفی کردیم؛ شبکه ای از آتاماتاها که با همکاری یکدیگر، برای حل یک مساله به کار می روند. در این بخش، نسخه ای از آتاماتای یادگیر توزیع شده موسوم به توسعه یافته را معرفی می کنیم. این آتاماتای توزیع شده قادر به استخراج جداول احتمال شرطی متناظر با یک شبکه بیزین است.

تعریف ۲: یک آتاماتای یادگیر توزیع شده توسعه یافته e-DLA با سه تایی $e-DLA=(V,E,S)$ تعریف می شود که در آن:

الف- $G=(V,E)$ یک گراف جهتدار فاقد دور (dag) است و در آن

$$V = \{L A_i | i = 1, 2 \dots |V|\}$$

مجموعه ای از آتاماتاها ی یادگیر است. اندیس آتاماتاها بر اساس ترتیب توپولوژیکی گره های گراف G مرتب شده است. E مجموعه یال های جهتدار است

ب- $S = \{S_i | i = 1, 2 \dots |V|\}$ و S_i تعداد اقدام های قابل انجام توسط آتاماتای $L A_i$ است. این مقدار را به صورت $S(L A_i) = S_i$ نیز نشان می دهیم. ضمناً هر آتاماتا $L A_i$ به تعداد g گروه اقدام دارد که g برابر با حاصلضرب تعداد اقدام های آتاماتاها ی متناظر با گره های والد V_i در گراف G است. در حقیقت:

$$g = g(i) = \prod_j S_j \quad \forall j \text{ which } V_j \in \text{Parent}(V_i)$$

۳-۲- الگوریتم جدید پیشنهادی برای یادگیری

پارامترهای یک شبکه بیزی در حالت داده های کامل:

با توجه به مفهومی که از آتاماتای یادگیر توزیع شده ارائه گردید و با توجه به گزاره ۱، میتوان یک ساختار شبکه ای از آتاماتاها ی یادگیر در قالب یک آتاماتای یادگیر توزیع شده ارائه داد که قادر به تخمین توزیع توام متغیرهای تصادفی برای استفاده در شبکه های بیزی باشد. هر آتاماتای یادگیر در این سیستم، به شکل زیر عمل می کند:

۱- یک آتاماتا تا زمانیکه کلیه والدهای آن فعال نباشند فعال نخواهد بود. زمانیکه یک آتاماتا فعال باشد قادر است اقدامی را انجام دهد و آن را به محیط اعمال کند.

۲- اگر در یک زمان چندین آتاماتا فعال باشند، ترتیب اقدام توسط آنها به ترتیب توپولوژیکی گره های متناظر آنها در گراف G است.

۳- یک آتاماتا بر اساس نوع اقدام انجام شده توسط آتاماتاها ی والدش یکی از گروه های اقدام را فعال می کند. سپس در آن گروه اقدامی را به تصادف انتخاب کرده و آن را به محیط اعمال می کند. محیط بر اساس نوع اقدام انجام شده یک سیگنال تقویتی بازخوردی تولید می کند و آتاماتا بر اساس این سیگنال، بردار

ایده استفاده از یک آتاماتای یادگیر برای یادگیری پارامتری یک شبکه بیزین نخستین بار در (6) و برای یادگیری پارامترهای یک شبکه دسته بندی کننده ساده مورد استفاده قرار گرفته است. در الگوریتم ارائه شده، یک آتاماتای یادگیر متناظر با گره متناظر با کلاس طبقه بندی کننده، فرآینده به روزرسانی پارامترها را بر اساس داده های ورودی انجام میدهد

۳- الگوریتم پیشنهادی:

همانگونه که توضیح داده شد، در شبکه بیزین، هر گره، یک توزیع شرطی را مدل می کند. به این ترتیب، به منظور استفاده از آتاماتای یادگیر و آتاماتای یادگیر توزیع شده برای یادگیری توزیع CPD متناظر با هر گره، بایستی یادگیری را به گونه ای ترتیب داد که در نهایت به توزیع مدنظر منجر شود. برای بررسی نحوه انجام کار، گزاره های زیر را در نظر بگیرید

تعریف ۱: توزیع برنولی با پارامتر θ یک توزیع احتمالی گسسته است که به شکل زیر تعریف می شود:

$$P(y|\theta) = \theta^y (1 - \theta)^{1-y} \quad y = \{0,1\} \text{ and } \theta \in [0,1]$$

مطابق با این تعریف γ دارای مقدار ۱ با احتمال θ و مقدار ۰ با احتمال $1 - \theta$ است.

گزاره ۱: فرض کنید یک آتاماتای یادگیر تصادفی با دو اقدام a_1 و a_2 در یک محیط تصادفی کار می کند. بازخورد محیط تصادفی به اقدام های این آتاماتا از یک توزیع برنولی با پارامتر θ تبعیت می کند. (اگر اقدام a_1 انتخاب شده باشد با احتمال θ پاداش می گیرد) الگوریتم مورد استفاده توسط آتاماتای یادگیر الگوریتم L_R-P است و در آن $\alpha = \beta$. در صورتیکه آزمایش به تعداد کافی انجام شود،

$$p_2 = p(a_2) = 1 - \theta \quad \text{و} \quad p_1 = p(a_1) = \theta$$

اثبات: برای اقدام a_1 اثبات می کنیم. برای دومی مشابه همین است. ضمناً فرض می کنیم پارامتر یادگیری مقدار ثابت a باشد (و مانند آنچه که در الگوریتم ارائه شده است در طول زمان تغییر نمی کند) الگوریتم مورد استفاده توسط آتاماتای یادگیر الگوریتم $R-P$ است بنابراین این:

$$p_1^{t+1} = (1 - a)p_1^t + aI^{t+1} \quad (۱۰)$$

در رابطه ۱۰

$$I^{t+1} = \begin{cases} 1 & \text{with probability } \theta \\ 0 & \text{with probability } (1 - \theta) \end{cases} \quad (۱۱)$$

$\langle I^{t+1} \rangle$ یک فرآیند تصادفی برنولی با پارامتر θ است. علاوه بر این داریم:

$$E[p_1^{t+1}] = (1 - a)E[p_1^t] + aE[I^{t+1}] = (1 - a)E[p_1^t] + a\theta \quad (۱۲)$$

از رابطه بازگشتی ۱۲ داریم:

$$E[p_1^{t+1}] = (1 - a)^t E[p_1^0] + (1 - (1 - a)^t) \cdot \theta$$

با توجه به اینکه $0 < a < 1$ رابطه بالا نشان میدهد که $\lim_{t \rightarrow \infty} E[p_1^t] = \theta$ (اگر مقدار پارامتر یادگیری را همانند آنچه که

به اقدام LA_1 بستگی دارد، محاسبه را مجدداً انجام می‌دهیم. برای سادگی کار جدول احتمالات زیر را در نظر بگیرید:

اقدام	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$
$P(r)$	$\theta_2\theta_1$	$\theta_2(1-\theta_1)$	$(1-\theta_2)\theta_1$	$(1-\theta_2) * (1-\theta_1)$
$P(p)$	$(1-\theta_2)\theta_1$	$(1-\theta_2) * (1-\theta_1)$	$\theta_2\theta_1$	$\theta_2(1-\theta_1)$

اگر $\Delta_{1,1}^t$ میزان افزایش احتمال اقدام $p(a_{1,1})$ را در اجرای t ام نشان دهد، $\Delta_{1,1}^t$ تابعی از اقدامهای آتاماتاها و بازخوردی است که از محیط دریافت می‌کند و امید ریاضی مقدار آن برابر است با

$$E[\Delta_{1,1}^t] = \theta_2\theta_1(a^t - a^t p_{1,1}^t) + (1-\theta_2) * \theta_1 * (-a^t p_{1,1}^t) + (1-\theta_2) * \theta_1 * (-a^t p_{1,1}^t) + \theta_2\theta_1(a^t - a^t p_{1,1}^t) = 2a^t\theta_2\theta_1 - 2a^t\theta_1 p_{1,1}^t \quad (۱۳)$$

به این ترتیب، رابطه بازگشتی زیر برای دنباله مقادیر $p_{1,1}^t$ به دست می‌آید:

$$p_{1,1}^{t+1} = 2a^t\theta_2\theta_1 + (1 - 2a^t\theta_1)p_{1,1}^t \quad (۱۴)$$

رابطه ۱۴ نشان می‌دهد که

$$p_{1,1}^{t+1} - \theta_2\theta_1 = (1 - 2a^t\theta_1)(p_{1,1}^t - \theta_2\theta_1) \quad (۱۵)$$

لذا

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p_{1,1}^t = \theta_2\theta_1 \quad (۱۶)$$

از آنجا که $\theta_1 = P(LA_1 = 1)$ و $\theta_2 = P(LA_2 = 1 | LA_1 = 1)$ این صورت $\theta_2\theta_1 = P(LA_2 = 1, LA_1 = 1)$ بدین ترتیب اگر محیط به صورت شرطی به اقدامهای آتاماتای توزیع شده توسعه یافته پاسخ دهد، الگوریتم و ساختار ارائه شده قادر به یادگیری توزیع احتمال توام موردنیاز برای ساخت شبکه بیزی خواهد بود. به همین روش می‌توان نشان داد که:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} p_{11}^t & p_{12}^t \\ p_{21}^t & p_{22}^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2\theta_1 & \theta_2 * (1 - \theta_1) \\ (1 - \theta_2) * \theta_1 & (1 - \theta_2) * (1 - \theta_1) \end{bmatrix} \quad (۱۷)$$

■

۳-۳- عملکرد الگوریتم در شرایط داده‌های ناکامل:

یکی از شرایطی که در یادگیری پارامتری شبکه‌های بیزی بایستی مدنظر داشت، وجود داده‌های ناکامل است. داده‌هایی که به دلایل مختلف نظیر ناقص و یا نویزی بودن، بی‌معنی بودن و ... در یادگیری قابل استفاده نیستند. الگوریتم جدید ارائه شده قادر است رفتار الگوریتم EM را تقلید کند و از این نظر دقتی برابر با EM دارد. نحوه کار بسیار ساده است. در هر نمونه‌ای که برای یادگیری استفاده می‌شود، چنانچه داده‌ای وجود نداشته، داده تصادفی انتخاب شده توسط آتاماتای یادگیر به عنوان داده جایگزین انتخاب می‌شود و این مقدار در نمونه مورد آموزش جایگزین مقدار ناموجود می‌شود.

احتمال انتخاب اقدامهای خود در آن گروه را به روز رسانی می‌کند.

۴- یک اجرا یا Run برای آتاماتای یادگیر توزیع شده توسعه یافته عبارت است از یک مجموعه مرتب A از اقدامهای تمامی آتاماتاها؛ $A = (a_1, a_2, \dots, a_V)$ به عبارت دیگر، یک اجرا برابر است با فعال شدن کلیه آتاماتاها به ترتیب توپولوژیکی و اعمال اقدام انجام شده به محیط و دریافت سیگنال تقویتی از محیط.

Algorithm L_{R-P}-Based Update Bayesian Parameters

```

1: Parameters Real  $\alpha, \beta \in (0, 1), G = (V, E), S$ 
2: for  $i \leftarrow 1$  to  $|V|$  do
3:   for  $j \leftarrow 1$  to  $g(i)$  do
4:      $p_{i,j} \leftarrow \frac{1}{s_i}$ 
5:   end for
6: end for
7: loop
8:   for  $i \leftarrow 1$  to  $|V|$  do
9:     compute  $g$  according to parents (i) actions
10:    Draw randomly an action  $i$  in group  $g$  according to probabilities  $p_{1,g}, \dots, p_{K,g}$ 
11:    Receive either reward or penalty
12:    if reward then
13:      for  $j \leftarrow 1$  to  $K$  do
14:        if  $j \neq i$  then
15:           $p_{j,g} \leftarrow (1 - \alpha)p_{j,g}$ 
16:        else
17:           $p_{i,g} \leftarrow p_{i,g} + \alpha(1 - p_{i,g})$ 
18:        end if
19:      end for
20:       $\alpha = \text{update}(\alpha)$ 
21:    else
22:      for  $j \leftarrow 1$  to  $K$  do
23:        if  $j \neq i$  then
24:           $p_{j,g} \leftarrow \frac{\beta}{k-1} + (1 - \beta)p_{j,g}$ 
25:        else
26:           $p_{i,g} \leftarrow (1 - \beta)p_{i,g}$ 
27:        end if
28:      end for
29:       $\beta = \text{update}(\beta)$ 
30:    end for
31: end loop

```

گزاره ۲: فرض کنید یک آتاماتای یادگیر توزیع شده توسعه یافته با دو آتاماتای LA_1 و LA_2 مفروض باشند. که در آن تصادفی به اقدام آتاماتای ۱ بر اساس توزیع دودویی برنولی با پارامتر θ_1 و به اقدام آتاماتای ۲ بر اساس توزیع دودویی برنولی با پارامتر θ_2 پاداش می‌دهد. در این صورت $p_1 = p(a_1) = \theta_1$ و $p_{11} = p(a_{1,1}) = \theta_1\theta_2$ اثبات: در مورد اینکه $p(a_1) = \theta_1$ با توجه به اینکه انتخاب اقدام توسط LA_1 مستقل از اقدام سایر آتاماتاها است، مشابه با گزاره ۱ قابل بررسی است. اما در مورد LA_2 چون انتخاب گروه اقدام توسط آتاماتا

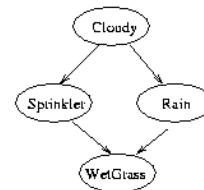
۴- بررسی نتایج عملی:

برای بررسی نحوه عملکرد روش جدید از شبکه های بیزین نمونه استفاده شده است. روش کار به این صورت است که یک شبکه بیزی پارامتری شده انتخاب شده و از روی آن نمونه هایی گرفته شده است. سپس یک شبکه بیزی پارامتری نشده با استفاده از این نمونه ها آموزش داده شده است. برای آموزش شبکه های بیزی از جعبه ابزار BNT که توسط Murphy (7) برای این منظور در Matlab طراحی شده، استفاده کرده ایم. روش جدید پیشنهادی نیز توسط Matlab پیاده سازی شده است. برای مقایسه روش جدید با روش تخمین بیزی از ضریب همبستگی استفاده شده است.

ضریب همبستگی: این شاخص مقایسه ای، هماهنگی و وابستگی میان دو بردار هم اندازه را توصیف می کند. علامت و قدرمطلق این عدد، نوعی معیار برای اندازه گیری وابستگی دو به دو بین متغیرهای تصادفی به دست میدهد. اگر بردار X کلیه مقادیر توزیعی احتمالی حاصل از الگوریتم مبتنی بر DLA را برای یک گره خاص در شبکه بیزی نشان دهد (با یک ترتیب مشخص) و بردار Y مقادیر واقعی توزیعی احتمالی همان گره را (با همان ترتیب) نشان دهد، در این صورت ضریب همبستگی میان X و Y میتواند شاخصی از نحوه عملکرد الگوریتم به دست دهد. بدین ترتیب که هر چقدر دو بردار X و Y به یکدیگر شبیه تر باشند، این عدد به 1 نزدیک تر شده و نشان میدهد که الگوریتم بهتر عمل کرده است و علاوه بر این، نحوه تغییرات این دو در طول آموزش میتواند شاخصی از نحوه همگرایی الگوریتم باشد. مقدار *Correlation* میان دو بردار X و Y بر اساس رابطه 18 تعریف می گردد:

$$CORR(X, Y) = \rho_{X,Y} = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sqrt{E(X^2) - E^2(X)}\sqrt{E(Y^2) - E^2(Y)}} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (18)$$

$$\frac{P(C=F) \quad P(C=T)}{0.5 \quad 0.5}$$



C	P(S=F)	P(S=T)
F	0.5	0.5
T	0.9	0.1

C	P(R=F)	P(R=T)
F	0.8	0.2
T	0.2	0.8

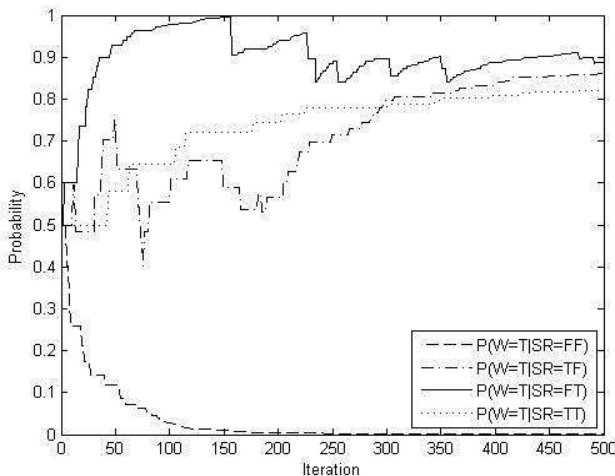
S	R	P(W=F)	P(W=T)
F	F	1.0	0.0
T	F	0.1	0.9
F	T	0.1	0.9
T	T	0.01	0.99

شکل 1: شبکه نمونه

برای بررسی مقدماتی عملکرد الگوریتم پیشنهادی ارائه شده، از یک شبکه ساده بیزی با 4 گره استفاده کرده ایم. برای بررسی الگوریتم از یک نمونه 500 تایی از داده ها استفاده کرده ایم. الگوریتم مورد استفاده برای آموزش آتاماتای یادگیر توزیع شده را با پارامترهای متعددی می توان مورد استفاده قرارداد که آنها را در جدول 1 فهرست کرده ایم

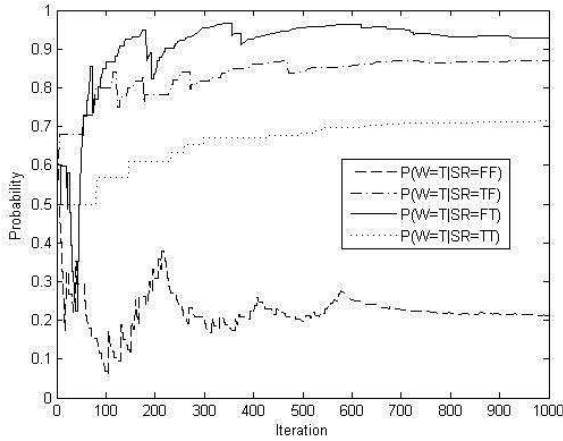
پارامتر	مفهوم	مقادیر
Train_type	نحوه استفاده از نمونه ها: تکراری یا بدون تکرار	{normal, repeat}
Repeat_no	در صورتیکه استفاده تکراری از نمونه ها مجاز باشد، تعداد دفعات تکرار را مشخص می کند	{1,2, ...,}
Random_Select	داده های نمونه را به ترتیب مورد استفاده قرار دهیم یا انتخاب تصادفی ممکن است	{yes,no}
a	مقدار اولیه پارامتر یادگیری که برای کلیه آتاماتاها به صورت یکسان مقداردهی می شود	(0,1)
Update(a)	تابعی که نحوه تنظیم کردن مقدار فرا پس از هر دور یادگیری نشان میدهد	-

جدول 1: پارامترهای مورد استفاده در آموزش آتاماتای یادگیر توزیع شده توسعه یافته

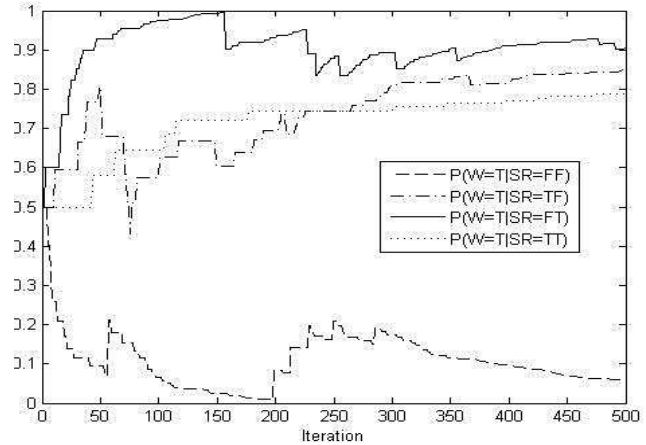


شکل 2: نحوه همگرایی بردار احتمال انتخاب اقدام های آتاماتای متناظر با گره WetGrass به توزیع متناظر در شبکه بیزی مثال

برای مقایسه قدرت همگرایی این الگوریتم و مقایسه آن با روش بیزین از معیار ضریب همبستگی استفاده کرده ایم. به این صورت که بردار احتمال بدست آمده در هر روش با بردار اصلی مقایسه شده است (*Correlation*) و نحوه تغییرات این دو در طی فرآیند آموزش مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل ۴: یادگیری جدول احتمالات گره WetGrass توسط آتاماتای یادگیر توزیع شده توسعه یافته با ۵۰۰ نمونه ۳۰٪ داده ناموجود. داده ها به شکل تصادفی (تکرار ۲) مورد استفاده قرار گرفته اند



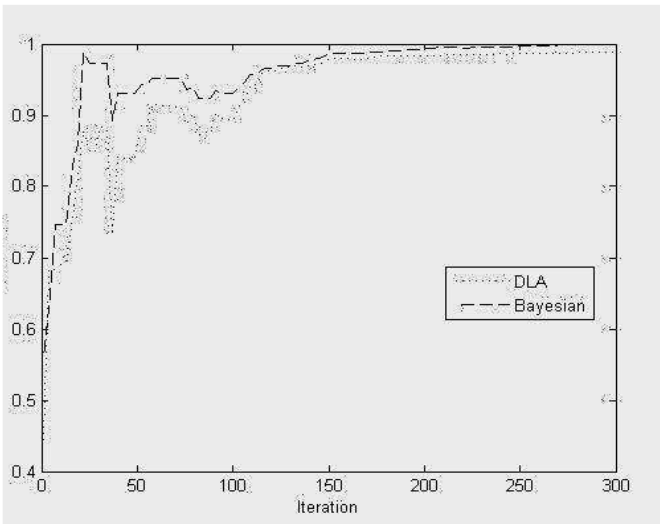
شکل ۳: بررسی نحوه همگرایی مقادیر بردار احتمال اقدام های آتاماتای متناظر با گره WetGrass به مقادیر توزیع احتمالی متناسب به گره

در شکل ۲ نحوه همگرایی مقادیر مربوط به گره WetGrass را مشاهده می کنید. جدول ۲ مقدار پارامترهای مورد استفاده در آموزش آتاماتای یادگیر توزیع شده توسعه یافته را نشان میدهد

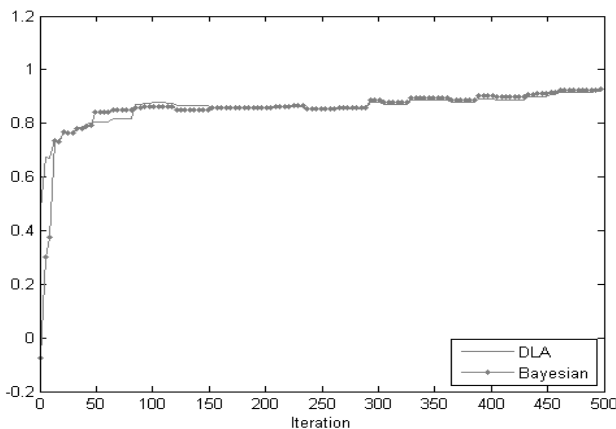
مقدار	پارامتر
normal	Train_type
1	Repeat_no
yes	Random_Select
0.2	a
$a(t+1)=0.99*a(t)$	Update(a)

جدول ۲: مقادیر پارامترهای مورد استفاده در یادگیری آتاماتا

در مراحل بعد همین الگوریتم روی داده های نمونه ورودی با ۱۰٪ و ۳۰٪ نویز اعمال شد (داده ناموجود). نتایج یادگیری در شکل ۳ و شکل ۴ نشان داده شده است



شکل ۵: مقایسه ضریب همبستگی بین بردار احتمال گره WetGrass و بردارهای حاصل از DLA و روش تخمین بیزی در فرآیند یادگیری



شکل ۶: مقایسه شاخص ضریب همبستگی میان بردار واقعی و بردار یادگرفته شده در گره شماره ۲۸

۴-۱- بررسی عملکرد الگوریتم در شبکه های بزرگ:

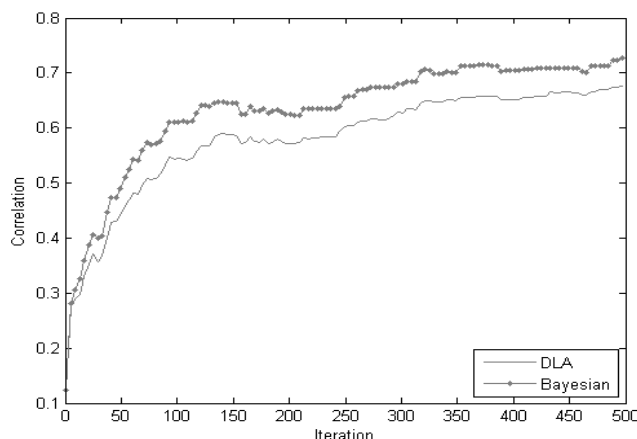
برای بررسی نحوه عملکرد الگوریتم پیشنهادی، از شبکه های بیزی موجود در (۸) استفاده شد. برای بررسی نحوه عملکرد الگوریتم پیشنهادی و مقایسه آن با الگوریتم تخمین بیزی از هرکدام از شبکه های موجود یک نمونه ۵۰۰ تایی انتخاب شد. سپس به صورت همزمان روی دو شبکه بیزی با ساختارهایی مشابه ساختار شبکه بیزی مورد استفاده، عملیات یادگیری پارامتری با دو روش تخمین بیزی و روش جدید مبتنی بر آتاماتای یادگیر توزیع شده توسعه یافته، انجام شد. شبکه ICU Alarm یک شبکه بیزی با ۳۷ گره و ۵۰۹ پارامتر است. این شبکه یکی از نمونه های واقعی و بزرگ شبکه های بیزی است. این شبکه توسط (۹) معرفی شده است و مدل مورد استفاده در این مقاله از (۸) گرفته شده است

- [4] *Update rules for parameter estimation in Bayesian networks*. Eric Bauer, Daphne Koller, Yoram Singer. Rhode Island: s.n., August 1-3, 1997. Thirteenth Annual Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence. pp. 3-13.
- [5] Ira Cohen, Alexandre Bronstein, Fabio G. Cozman. *Online Learning of Bayesian Network Parameters*. s.l.: HP Laboratories Palo Alto, 2001.
- [6] *A Learning Automata-Based Technique for Training Conditional Probability Tables of Bayesian Network*. N. A. Rezvani, M. R. Meybodi. Tehran: s.n., 2009. 14th National Conference of Iran Computer Society (CSICC'09).
- [7] Murphy, K. P. *An Introduction to Graphical Models*. s.l.: Intel Research Technical Report, 2001.
- [8] Bayesian Network Repository. [Online] [Cited: 02 12, 2012.] <http://www.cs.huji.ac.il/~galel/Repository/>.
- [9] *The ALARM monitoring system: A case study with two probabilistic inference techniques for belief networks*. G., Cooper Beinlich and G. Suermondt and R. Chavez and. Berlin: Springer-Verlag, 1989. Proc. 2'nd European Conf on AI and Medicine.

[] آتاماتای یادگیر توزیع شده توسعه یافته، مدلی جدید برای ساخت زیرگراف القایی ارضاکنده محدودیت در گراف های تصادفی، محمدرضا ملاخلیلی میبیدی، محمدرضا میبیدی، گزارش فنی، ۱۳۹۱

¹-generative model

همانگونه که در تشریح روش بررسی تجربی گفتیم، این شبکه به دو روش آموزش داده شده است و سپس ضریب همبستگی میان بردار توزیع احتمالی واقعی و بردارهای حاصل از دو روش محاسبه شده است. تعداد نمونه ها ۵۰۰ نمونه بوده است. چون مقادیر مربوط بردارها برای هر یک از گره ها محاسبه می شود، در اینجا نمودار مقایسه شاخص را برای تعدادی از گره ها آورده ایم. در مورد اکثر گره ها وضع به همین منوال است



شکل ۷: مقایسه شاخص ضریب همبستگی میان بردار واقعی و بردار یادگرفته شده در گره شماره ۲۶

۵- نتیجه گیری:

در این مقاله یک چارچوب مبتنی بر شبکه ای از آتاماتاهای یادگیر، موصوم به آتاماتای یادگیر توزیع شده برای مساله یادگیری پارامتری شبکه های بیزی ارائه شد. نتایج بررسی ریاضی و عملکرد الگوریتم روی شبکه های نمونه حاکی از برابری دقت این روش با روش های موجود نظیر EM است. علاوه بر اینکه به دلیل استفاده از روابط خطی مورد استفاده در آتاماتای یادگیر، روش جدید پیشنهادی از سربار محاسباتی کمی برخوردار است. قابلیت استفاده آنلاین الگوریتم، قابلیت تطبیق الگوریتم با شرایطی که داده های ناموجود در نمونه ها وجود داشته باشند، افتراقی بودن روش، قابلیت استفاده مکرر از نمونه ها برای تنظیم کردن مقادیر پارامترها، همگی از ویژگیهای روش جدید مبتنی بر آتاماتا هستند.

۶- منابع و مراجع:

- [1] Finn V. Jensen, Thomas D. Nielsen. *Bayesian Networks and Decision Graphs*. s.l.: Springer, 2007.
- [2] *Learning Bayesian networks: The combination of knowledge and statistical data*. Heckerman, D. , Geiger, D. & Chickering, D. M. s.l.: Machine Learning, 1995, Machine Learning, Vol. 20, pp. 197-243.
- [3] *Solving Stochastic Path Problem Using Distributed Learning Automata*. Meybodi, M. R. and Beigy, H. Isfahan, Iran: s.n., 2001.